



## FIȘA DISCIPLINEI

Anul universitar 2023 - 2024

### 1. Date despre program

1.1. Instituția de învățământ superior	Universitatea Lucian Blaga din Sibiu
1.2. Facultatea	Științe
1.3. Departament	Matematică și Informatică
1.4. Domeniul de studiu	Matematică
1.5. Ciclul de studii <sup>1</sup>	Master
1.6. Specializarea	Matematică Informatică Aplicată

### 2. Date despre disciplină

2.1. Denumirea disciplinei	Masură Hausdorff și fractali	Cod	FSTI.MAI.MIA.M.SO. 4.2010.E-4.2
2.2. Titular activități de curs	Prof.univ.dr. Secelean Nicolae		
2.3. Titular activități practice	Prof.univ.dr. Secelean Nicolae		
2.4. An de studiu <sup>2</sup>	II	2.5. Semestrul <sup>3</sup>	4
2.6. Tipul de evaluare <sup>4</sup>		E	
2.7. Regimul disciplinei <sup>5</sup>	O	2.8. Categoria formativă a disciplinei <sup>6</sup>	S

### 3. Timpul total estimat

3.1. Extinderea disciplinei în planul de învățământ – număr de ore pe săptămână					
3.1.a. Curs	3.1.b. Seminar	3.1.c. Laborator	3.1.d. Proiect	3.1.e. Alte	Total
2		1			3
3.2. Extinderea disciplinei în planul de învățământ – Total ore din planul de învățământ					
3.2.a. Curs	3.2.b. Seminar	3.2.c. Laborator	3.2.d. Proiect	3.1.e. Alte	Total <sup>7</sup>
24		12			36
<b>Distribuția fondului de timp pentru studiu individual<sup>8</sup></b>					<b>Nr. ore</b>
Studiul după manual, suport de curs, bibliografie și notițe					24
Documentare suplimentară în bibliotecă, pe platformele electronice de specialitate și pe teren					10
Pregătire seminarii/laboratoare, teme, referate, portofolii și eseuri					12
Tutoriat <sup>9</sup>					8
Examinări <sup>10</sup>					4
<b>3.3. Total ore alocate studiului individual<sup>11</sup> (NOSI<sub>sem</sub>)</b>					<b>58</b>
<b>3.4. Total ore din Planul de învățământ (NOAD<sub>sem</sub>)</b>					<b>42</b>
<b>3.5. Total ore pe semestru<sup>12</sup> (NOAD<sub>sem</sub> + NOSI<sub>sem</sub>)</b>					<b>100</b>
<b>3.6. Nr ore / ECTS</b>					<b>25</b>
<b>3.7. Număr de credite<sup>13</sup></b>					<b>4</b>



**4. Precondiții** (acolo unde este cazul)

4.1. Discipline necesar a fi promovate anterior (de curriculum) <sup>14</sup>	Analiză Matematică (pe dreapta reală, multidimensional), Elemente de topologie generală, Funcții reale și teoria măsurii, Analiza funcțională
4.2. Competențe	Cunoașterea și utilizarea rezultatelor de analiză matematică, topologie generală, teoria măsurii studiate în ciclul de licență: spații topologice, spații metrice, convergență, limită și continuitate, puncte fixe, compactitate, măsuri pozitive, integrarea funcțiilor măsurabile în raport cu o măsură pozitivă

**5. Condiții** (acolo unde este cazul)

5.1. De desfășurare a cursului <sup>15</sup>	Tablă, videoproiector
5.2. De desfășurare a activităților practice (lab/sem/pr/aplic) <sup>16</sup>	Tablă, laborator dotat cu cel puțin 12 calculatoare

**6. Competențe specifice acumulate**<sup>17</sup>

		Număr de credite alocate disciplinei <sup>18</sup>	Repartizare credite pe competențe <sup>19</sup>
<b>6.1. Competențe profesionale</b>	CP1	Operarea cu noțiuni și metode avansate de analiză matematică: teoria măsurii, teoria fractalilor	0.5
	CP2	Cunoașterea, familiarizarea și operarea cu elemente de teoria mulțimilor și de teoria punctelor fixe, cu noțiunile și rezultatele de topologie și teoria măsurii	0.5
	CP3	Stăpânirea și utilizarea fără dificultate a noțiunilor: metrică Hausdorff, măsură și dimensiune Hausdorff, attractori, dependența de parametru a atractorului și dimensiunii unui IFS Rezolvarea unor probleme de sisteme dinamice, control optimal și cercetări operationale	0,5
	CP4	Conceperea și aplicarea de modele matematice pentru analiza unor fenomene și procese	0.5
	CP5	Realizarea de conexiuni între rezultate și între matematică și informatică	0.5
<b>6.2. Competențe transversale</b>	CT1	Manifestarea unei atitudini responsabile față de domeniul științific și didactic, valorificarea potențialului propriu pe plan profesional, respectarea regulilor de muncă riguroasă și eficiența pentru executarea unor sarcini profesionale complexe	0.5
	CT2	Coordonarea și conducerea eficientă a activităților organizate în echipă sau într-un grup inter-disciplinar	0.5
	CT3	Selectarea resurselor informaționale, utilizarea eficientă a surselor de formare profesională, dezvoltarea capacității de corelare a activității profesionale la cerințele unei societăți dinamice	0.5
	CT4	Abilitatea de a colabora cu specialiștii din alte domenii, din țară și străinătate	



**7. Obiectivele disciplinei** (reieșind din grila competențelor specifice acumulate)

7.1. Obiectivul general	extinderea unor noțiuni și rezultate din teoria clasică a măsurii; însușirea și aprofundarea teoriei fractalilor (în special al sistemelor iterative de funcții) și aplicarea acestora în reprezentarea grafică cu ajutorul computerului
7.2. Obiectivele specifice	însușirea, familiarizarea, generalizarea și aplicarea unor noțiuni și rezultate fundamentale din analiza matematică, topologie, teoria măsurii în studiul teoriei fractalilor: structură topologică, limite, continuitate, compactitate, spații metrice complete, măsuri pozitive, măsuri exterioare, măsurile Lebesgue și Hausdorff, aproximații succesive - inițierea în fundamentele matematice ale teoriei fractalilor, teorie foarte modernă și des utilizată în cele mai variate domenii ale științei

**8. Conținuturi**

8.1. Curs <sup>20</sup>	Metode de predare <sup>21</sup>	Nr. ore
Curs 1,2: Chestiuni pregătitoare: - spații topologice, spații metrice, teoreme de punct fix	Prelegerea, explicația, problematizarea și învățarea prin descoperire, demonstrația	4
Curs 3: Elemente de teoria măsurii: - inele, $\sigma$ -inele, $\sigma$ -algebre de mulțimi - măsuri pozitive,	Prelegerea, explicația, problematizarea și învățarea prin descoperire, demonstrația	2
Curs 4: Măsuri exterioare. Proprietăți. Măsura Lebesgue	Prelegerea, explicația, problematizarea și învățarea prin descoperire, demonstrația	2
Curs 5,6: Metrica Hausdorff-Pompeiu. Spațiul fractalilor	Prelegerea, explicația, problematizarea și învățarea prin descoperire, demonstrația	4
Curs 7: Măsură și dimensiune Hausdorff. Legătura cu măsura Lebesgue	Prelegerea, explicația, problematizarea și învățarea prin descoperire, demonstrația	2
Curs 8: Atractorul unui sistem iterativ de funcții (IFS). Caracterizarea atractorului unui IFS	Prelegerea, explicația, problematizarea și învățarea prin descoperire, demonstrația	2
Curs 9: Dimensiunea atractorului unui IFS. Autoasemănare	Prelegerea, explicația, problematizarea și învățarea prin descoperire, demonstrația	2
Curs 10: Aproximarea atractorilor unui IFS. Reprezentarea grafică a atractorilor în plan cu ajutorul calculatorului	Prelegerea, explicația, problematizarea și învățarea prin descoperire, demonstrația	2
Curs 11: Dependența continuă de parametru a atractorului unui IFS. Dinamica Fractalilor	Prelegerea, explicația, problematizarea și învățarea prin descoperire, demonstrația	2
Curs 12: Sisteme iterative numărabile de funcții (CIFS)	Prelegerea, explicația, problematizarea și învățarea prin descoperire, demonstrația	2
<b>Total ore curs:</b>		<b>24</b>

<b>8.2. Activități practice (8.2.a. Seminar<sup>xxii</sup>/ 8.2.b. Laborator<sup>xxiii</sup>/ 8.2.c. Proiect<sup>xxiv</sup>)</b>	<b>Metode de predare</b>	<b>Nr. ore</b>
Act. 1: Construirea șirului aproximațiilor succesive a punctului fix pe dreapta reală și în plan	Explicația, conversația, exercițiul, demonstrația	1
Act. 2: Construirea secvenței de program de compunere a unei funcții și a unei familii de funcții și reprezentare grafică	Explicația, conversația, exercițiul, demonstrația	1
Act. 3: Descrierea unor fractali clasici în plan: Triunghiul lui Sierpinski, Dragonul, curba lui von Koch, etc.	Explicația, conversația, exercițiul, demonstrația	1
Act. 4: Preluarea și prelucrarea unor fractali clasici în plan: covorul lui Sierpinski, mulțimi Julia și Mandelbrot	Explicația, conversația, exercițiul, demonstrația	1
Act. 5: Calculul unor distanțe Hausdorff pe dreaptă și în plan	Explicația, conversația, exercițiul, demonstrația	1
Act. 6: Descrierea și analiza algoritmului de reprezentare în plan a fractalilor produși de contracții afine	Explicația, conversația, exercițiul, demonstrația	1
Act. 7: Întocmirea programului de reprezentare în plan a fractalilor produși de contracții afine	Explicația, conversația, exercițiul, demonstrația	1
Act. 8: Întocmirea și rularea programului de reprezentare în plan a fractalilor produși de contracții afine	Explicația, conversația, exercițiul, demonstrația	1
Act. 9: Aplicații care ilustrează dependența de parametru a atractorilor unui IFS și ilustrarea acesteia	Explicația, conversația, exercițiul, demonstrația	1
Act. 10,11,12: Determinarea și reprezentarea în plan cu ajutorul calculatorului a fractalilor din proiectul final	Explicația, conversația, exercițiul, demonstrația	3
<b>Total ore seminar/laborator</b>		<b>12</b>

## 9. Bibliografie

9.1. Referințe bibliografice recomandate	N.A. Secelean – Măsură și Fractali, Ed. Univ. “Lucian Blaga” din Sibiu, 2002.
	I. Chițescu, N.A. Secelean, Elemente de teoria măsurii, Ed. „România de Măine”, București, 1999
	N.A. Secelean, Countable Iterated Function Systems, Lambert Academic Publishing, 2013
9.2. Referințe bibliografice suplimentare	M.F. Barnsley – Fractals everywhere, Academic Press, Harcourt Brace Janovitch, 1988
	K.J. Falconer - The Geometry of Fractal Sets, Cambridge University Press, <b>85</b> , 1985
	C.A. Rogers – Hausdorff Measures, Cambridge at the University Press, 1970
	J. Hutchinsonson – Fractals and self-similarity, Indiana University J. Math. 30, 1981 (p.713-747)

## 10. Coroborarea conținuturilor disciplinei cu așteptările reprezentanților comunității epistemice, asociațiilor profesionale și angajatorilor reprezentativi din domeniul aferent programului<sup>xxv</sup>

Se realizeaza prin contacte periodice cu acestia in vederea analizei problemei.

**11.** Conținuturile disciplinei sunt permanent adaptate atât tradițiilor cât și evoluțiilor domeniilor în care pot fi angajați absolvenții. Acest lucru se realizează atât pe baza experienței cadrelor ale departamentului în domeniul didactic și în cel IT dar și printr-o permanentă colaborare și consultare cu colegii altor universități din țară și străinătate cât și cu alți posibili angajatori din domeniul aferent programului. Astfel se insistă în formarea la studenți a unei gândiri structurate, a unui raționament organizat logico-deductiv, a capacității de analiză și sinteză, de imaginație, intuiție, de anticipare a unor rezultate.

## 12. Evaluare

Tip activitate	11.1 Criterii de evaluare	11.2 Metode de evaluare	11.3 Pondere din nota finală	Obs. <sup>xxvi</sup>	
11.4a Examen / Colocviu	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cunoștințe teoretice și practice însușite (cantitatea, corectitudinea, acuratețea)</li> </ul>	Teste pe parcurs <sup>xxvii</sup> :	$P_{1,1} = 0$ % $N_{1,1} \geq 5$	$P_1 = 20\%$ $N_1 \geq 5$	$P_T = P_{1,1} +$
		Teme de casă:	$P_{1,2} = 0$ % $N_{1,2} \geq 5$		
		Alte activități <sup>xxviii</sup> :	$P_{1,3} = 0$ % $N_{1,3} \geq 5$		
		Evaluare finală:	$P_{1,4} = 2$ 0% $N_{1,4} \geq 5$		
11.4b Seminar	<ul style="list-style-type: none"> <li>Frecvența/relevanța intervențiilor sau răspunsurilor</li> </ul>	Evidența intervențiilor, portofoliu de lucrări (referate, sinteze științifice)	$P_2 = 0\%$ $N_2 \geq 5$		
11.4c Laborator	<ul style="list-style-type: none"> <li>Cunoașterea aparaturii, a modului de utilizare a instrumentelor specifice; evaluarea unor instrumente sau realizări, prelucrarea și interpretarea unor rezultate</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Chestionar scris</li> <li>Răspuns oral</li> <li>Caiet de laborator, lucrări experimentale, referate etc.</li> <li>Demonstrație practică</li> </ul>	$P_3 = 10\%$ $N_3 \geq 5$		
11.4d Proiect	<ul style="list-style-type: none"> <li>Calitatea proiectului realizat, corectitudinea documentației proiectului, justificarea soluțiilor alese</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>Autoevaluarea, prezentarea și/sau susținerea proiectului</li> <li>Evaluarea critică a unui proiect</li> </ul>	$P_4 = 70\%$ $N_4 \geq 5$		
11.5 Standard minim de performanță <sup>xxix</sup> - cunoașterea a cel puțin $\frac{3}{4}$ dintre noțiunile cerute la examen; - conținutul științific și aplicativ al proiectului; - prezentarea riguroasă, folosind corect limbajul de specialitate, a proiectului			$P_T = 5$	$P_T = 100\%$	
$N_T = 1 + 0,9 \times \sum_{n=1}^4 (P_n \times N_n) \geq 5$ $P_T = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 100\%$ $P_T = 1 + 0,9 \times [(P_{1,1} \times N_{1,1} + P_{1,2} \times N_{1,2} + P_{1,3} \times N_{1,3} + P_{1,4} \times N_{1,4}) + P_2 \times N_2 + P_3 \times N_3 + P_4 \times N_4]$ <p>Unde: 1 = punctul din oficiu (adăugat la calculul notei finale)  P = Pondere (<math>P_T</math> = Pondera totală);  N = Nota (<math>N_T</math> = Nota finală);</p>					

*Fișa disciplinei cuprinde componente adaptate persoanelor cu CES (persoane cu dizabilități și persoane cu potențial înalt), în funcție de tipul și gradul acestora, la nivelul tuturor elementelor curriculare (competențe, obiective, conținuturi, metode de predare, evaluare alternativă), pentru a asigura șanse echitabile în pregătirea academică a tuturor studenților, acordând atenție sporită nevoilor individuale de învățare.*

Data completării: |1|5| / |0|9| / |2|0|2|3|

Data avizării în Departament: |2|8| / |0|9| / |2|0|2|3|

	<b>Grad didactic, titlul, prenume, numele</b>	<b>Semnătura</b>
<b>Titular disciplină</b>	Prof.univ.dr. Secelean Nicolae	
<b>Responsabil program de studii</b>	Conf. univ. dr. Adrian Nicolae BRANGA	
<b>Director Departament</b>	Prof.univ.dr. Acu Mugur	

<sup>1</sup> Licență / Master

<sup>2</sup> 1-4 pentru licență, 1-2 pentru master

<sup>3</sup> 1-8 pentru licență, 1-3 pentru master

<sup>4</sup> Examen, colocviu sau VP A/R – din planul de învățământ

<sup>5</sup> Regim disciplină: O=Disciplină obligatorie; A=Disciplină opțională; U=Facultativă

<sup>6</sup> Categoria formativă: S=Specialitate; F=Fundamentală; C=Complementară; I=Asistată integral; P=Asistată parțial; N=Neasistată

<sup>7</sup> Este egal cu 14 săptămâni x numărul de ore de la punctul 3.1 (similar pentru 3.2.a.b.c.)

<sup>8</sup> Linile de mai jos se referă la studiul individual; totalul se completează la punctul 3.37.

<sup>9</sup> Între 7 și 14 ore

<sup>10</sup> Între 2 și 6 ore

<sup>11</sup> Suma valorilor de pe liniile anterioare, care se referă la studiul individual.

<sup>12</sup> Suma (3.5.) dintre numărul de ore de activitate didactică directă (NOAD) și numărul de ore de studiu individual (NOSI) trebuie să fie egală cu numărul de credite alocate disciplinei (punctul 3.7) x nr. ore pe credit (3.6.)

<sup>13</sup> Numărul de credit se calculează după formula următoare și se rotunjește la valori vecine întregi (fie prin micșorare fie prin majorare)

$$\text{Nr. credite} = \frac{\text{NOCpSpD} \times C_C + \text{NOApSpD} \times C_A}{\text{TOCpSdP} \times C_C + \text{TOApSdP} \times C_A} \times 30 \text{ credite}$$

Unde:

- NOCpSpD = Număr ore curs/săptămână/disciplina pentru care se calculează creditele
- NOApSpD = Număr ore aplicații (sem./lab./pro.) săptămână/disciplina pentru care se calculează creditele
- TOCpSdP = Număr total ore curs/săptămână din plan
- TOApSdP = Număr total ore aplicații (sem./lab./pro.) săptămână din plan
- C<sub>C</sub>/C<sub>A</sub> = Coeficienți curs/aplicații calculate conform tabelului

<b>Coeficienți</b>	<b>Curs</b>	<b>Aplicații (S/L/P)</b>
Licență	2	1
Master	2,5	1,5
Licență lb. străină	2,5	1,25

<sup>14</sup> Se menționează disciplinele obligatorii a fi promovate anterior sau echivalente

<sup>15</sup> Tablă, videoproiector, flipchart, materiale didactice specifice, platforme on-line etc.

<sup>16</sup> Tehnică de calcul, pachete software, standuri experimentale, platforme on-line etc.

<sup>17</sup> Competențele din Grilele aferente descrierii programului de studii, adaptate la specificul disciplinei

<sup>18</sup> Din planul de învățământ

<sup>19</sup> Creditele alocate disciplinei se distribuie pe competențe profesionale și transversale în funcție de specificul disciplinei

<sup>20</sup> Titluri de capitole și paragrafe

<sup>21</sup> Expunere, prelegere, prezentare la tablă a problematicii studiate, utilizare videoproiector, discuții cu studenții (pentru fiecare capitol, dacă este cazul)

<sup>xxii</sup> Discuții, dezbateri, prezentare și/sau analiză de lucrări, rezolvare de exerciții și probleme

<sup>xxiii</sup> Demonstrație practică, exercițiu, experiment

<sup>xxiv</sup> Studiu de caz, demonstrație, exercițiu, analiza erorilor etc.

<sup>xxv</sup> Legătura cu alte discipline, utilitatea disciplinei pe piața muncii

<sup>xxvi</sup> CPE – condiționează participarea la examen; nCPE – nu condiționează participarea la examen; CEF - condiționează evaluarea finală; N/A – nu se aplică



<sup>xxvii</sup> Se va preciza numărul de teste și săptămânile în care vor fi susținute.

<sup>xxviii</sup> Cercuri științifice, concursuri profesionale etc.

<sup>xxix</sup> Se particularizează la specificul disciplinei standardul minim de performanță din grila de competențe a programului de studii, dacă este cazul.